Készülünk az emelt szintű érettségire

Matematikából

Témánként rendszerezett feladatsorok

A témánkénti rendszerezés egy alaposabb és mélyrehatóbb **tanulási stratégia** megvalósulását teszi lehetővé. A felkészülést **lépésről-lépésre** segíti, ezzel lehetőséget ad a hiányosságok **rendszerezett** pótlására, a témán belüli és a kapcsolódó összefüggések meglátására. A **harminc** feladatsor egyenként 8-8 feladatot tartalmaz. **Az ún. „minta" feladatsorok megoldása e feladatsorok megoldás után javasolt!**

- Halmazok, kombinatorika, matematikai logika, gráfok
- Statisztika és valószínűség-számítás
- Számelmélet, oszthatósági problémák
- Hatvány, gyök, logaritmus
- Műveletek racionális egész- és tört kifejezésekkel
- Függvények, az analízis elemei
- Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek
- Elemi síkgeometria
- Vektorok
- Szögfüggvények
- Trigonometriai tételek
- Koordináta-geometria
- Sorozatok, sorok
- Terület, felszín- és térfogatszámítás

A megoldásokat segítő ötlettár

Iránymutatást, a szükséges **elméleti ismeretek felsorolását** és **egy lehetséges** megoldási ötletet kínál a felhasználónak. **Nem részletezi a megoldásokat**, mert itt az alkalmazó feladata a részletek kimunkálása. Használatát csak akkor javasolom, **ha nincs egyéni ötlet** a megoldásra!
Egy-egy témához tartozó feladatsor megoldása előtt mindig célszerű az **elméleti tudnivalók alapos ismétlése**. Ha ez megtörtént, akkor lesz eredményes az éppen aktuális feladatsor megoldása, és maradandóak azok a „rutinok" amelyek a sikert jelentik az emelt szintű érettségi vizsgán

Eredmények az önellenőrzéshez

Egy-egy összetettebb feladat esetén **részeredmények** is találhatók. Ezzel a megoldás (gondolkodás és tevékenység) folyamata közbeni **önellenőrzést** (megerősítést, vagy újragondolást), a **probléma-megoldási** folyamat egyik igen fontos mozzanatát lehet átélni. A közölt részeredmények egyszerű „átvétele" **nem segíti** azoknak a kompetenciáknak a kialakulását, amelyek a siker alapfeltételei.

Minta feladatsorok

Öt feladatsort tartalmaz ez a fejezet. Az első három feladatsornál a megoldások eredményei is szerepelnek. Az utolsó két feladatsor a 2006. és a 2007. évi érettségi (májusi) feladatai és az értékelésre adható pontszámok.

Összeállította (feladatgyűjteményekből válogatta, és saját feladatokkal kiegészítette):

Huszka Jenő nyugalmazott címzetes igazgató, középiskolai tanár

Bevezető gondolatok

Ez a felkészítő program azok számára készült, akik **komolyan gondolják**, hogy **emelt szintű érettségi vizsgát tesznek** és a felkészüléshez (egyéni, vagy csoportos) szükségük van segítségre.
Nem feladatgyűjtemény, ahol az első problémát a több ezer feladat közüli válogatás jelenti a felkészítő tanárnak és a felkészülő tanulónak is. Pedagógiai és didaktikai szempontokat, gyakorlati tapasztalatokat is figyelembevevő **válogatás**, amely az átlagos képességű tanulóknak is lehetőségeket, és önmagukhoz mért sikereket biztosít.
Nem a megoldások részletes közlésével segíti a felkészülést, hanem az egyéni gondolkodás (problémamegoldás) fejlesztését szolgáló **ötlettárral.**
Az összeállításban szereplő feladatok nehézségi szintje jóval a középszintű érettségi feladatok feletti. Ez megmutatkozik a *feladatok összetettségében*, a *probléma mélységében* és a megoldásokhoz szükséges *ismeretek mennyiségében* is.
Sikerre csak az számíthat, aki kitartóan és rendszeresen dolgozik!
A témánként rendszerezett feladatsorok egy *vertikális* építkezést követnek, ahol az egymásra épülő és közvetlenül kapcsolódó tudáselemek igénye (ismeretjellegű, képességjellegű) *szükségessé teszi* a hiányosságok rendszerezett és folyamatos pótlását, illetve az adott témában való alaposabb elmélyülést.
A felhasználó figyelmébe ajánlom, hogy *egy-egy témakörhöz tartozó feladatok megoldása előtt* alaposan ismételje át az „elméleti tudnivalókat”(ezekre az ötlettár is utal).
(Útmutató: „Tematika a legfontosabb elméleti tudnivalókról”)
Erre alkalmasak a tankönyvek, bár nem minden témakör esetén elégségesek is.
Időtakarékosan is segíti a felkészülést, az elméleti hiányosságok pótlását *Gábos Adél – Halmos Mária: Készüljünk az érettségire matematikából közép-, és emelt szinten elméleti összefoglaló, szóbeli tételek* című könyve, valamint *Czapáry Endre – Gyapjas Ferenc: Matematika a középiskolák 11.- 12. évfolyama számára* (emelt szintű kiegészítő tananyag). Az utóbbi könyv jól használható az *analízis elemeinek* középiskolai szinten történő megismerésére. A felhasználó figyelmébe ajánlom az általam készített „*Függvényekről a középiskolában*” c. cd-t, amely **interaktív módon** segíti a felkészülést.

Érdemes az összeállítás feladatsorain sorban haladni, például hetenként egy-egy témakörrel (váltogatva) foglalkozni.
A vizsgára való felkészülés időigényes!
Néhány segítő szándékú tanács:
Általában az a jó gondolat, ami a feladat megoldásával kapcsolatban először eszünkbe jut. Kudarc esetén tudni kell „nézőpontot” változtatni!
Az ötlettárat csak szükség esetén használja!
Ha a feladat több kérdést is tartalmaz, mindig egyenként haladjunk!
Ha nem értjük a problémát, fogalmazzuk meg másként!
Ha elakadunk a megoldás közben, nézzük meg, hogy minden megadott feltételt, adatot felhasználtuk-e.
A megoldás ellenőrzéséről ne feledkezzünk meg!

Eredményes felkészülést kívánok!

Téma: halmazok, kombinatorika, matematikai logika, gráfok

I. Feladatsor

1. Legyen az alaphalmaz a pozitív egész számok halmaza. A következő halmazokat definiálja ezen az alaphalmazon:
A = {páros számok}; B = {3-mal osztható számok}; C = {öttel osztható számok}

Írja fel az A, B és C halmazok segítségével a következő halmazokat:

a) 5-re végződő pozitív egészek; **b)** 30-cal osztható pozitív egészek; **c)** 3-mal osztható páratlan pozitív egészek;
Írja le szövegesen, hogy mit jelentenek a következő halmazok!
d) $A \cap (B | C)$ e) $\overline{A \cup B \cup C}$

> 🗝 Először adja meg az A, B, C halmazok néhány elemét . A megoldáshoz az ismert halmazműveletek egyszerű alkalmazása és szöveges megfogalmazása szükséges. d) a 6-tal osztható pozitív egész számok;
> e) 2-vel, vagy 3-mal, vagy 5-tel nem osztható pozitív egész számok.

2. Az osztályban 30 tanuló írt matematika dolgozatot, amelyben három feladatot kellett megoldani. Az 1. feladatot 20, a másodikat 16, a harmadikat 10 tanuló oldotta meg hibátlanul. Az elsőt és a másodikat 11, az elsőt és a harmadikat 7, a másodikat és a harmadikat 5 tanuló oldotta meg jól. Mindhárom feladatot mindössze 4 tanulónak sikerült jól megoldani. Hányan nem tudták egyik feladatot sem megoldani?

> 🗝 Készítsen halmazábrát, vagy alkalmazza három halmazra a logikai szita összefüggését. (3 fő)

3. A 12.-es matematikafakultáción 18-an tanulnak. Mindenki egy-vagy két tárgyat választott emelt szintű érettségire a matematika, a fizika és a történelem közül. 15-en választották a matematikát, 8-an a fizikát, 7-en történelmet.
a) Hányan választottak pontosan két tantárgyat?
b) A történelem és a fizika emelt szintű érettségit senki nem választotta egyszerre. A csak történelmet választók kétszer annyian vannak, mint akik csak fizikát választották. Ebben az esetben hányan vannak, akik a matematika mellé a fizikát, illetve a történelmet választották?

> 🗝 Az előző feladat ötletét célszerű alkalmazni. a) (12 fő); b) (7, illetve 5 fő)

4. Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben a következő ponthalmazt!
$\{ P(x;y) | 2x^2 - 9 \le y < x^2 ; x, y \in R$ ¿¿

> 🗝 Két egyenlőtlenségre célszerű bontani az összefüggést. A két ponthalmazt ábrázoljuk, majd keressük meg a metszetüket. (Parabolák által határolt, részben nyitott tartomány)

5. Ábrázolja azokat a pontokat a derékszögű koordináta-rendszerben, amelyek eleget tesznek a következő egyenlőtlenségnek!
|x| + |y| + |x- y| ¿2

> 🗝 Egy szám abszolút értékének definícióját alkalmazva, sík-negyedenként célszerű felbontani és ábrázolni. Ezek után lehet a ponthalmazok metszetét meghatározni. (Egy hatszög alakú tartomány pontjai.)

6. Miből van több?

a) A páros vagy a páratlan természetes számokból.

b) A π számjegyeiből vagy a páros természetes számokból.

Használjuk ki a kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés lehetőségeit**.** (a), b) (egyenlő a számuk)

7. Az iskolában háromféle sportág közül választhatnak a tanulók: kosárlabda, labdarúgás és asztalitenisz. Ismertek az alábbi igaz állítások:

- Az asztaliteniszezők közül pontosan azok kosárlabdáznak, akik fociznak is.
- Nincs olyan focista, aki se nem kosarazik, se nem asztaliteniszezik.
- Akik nem kosaraznak, de asztaliteniszeznek, azok fociznak is.

A fentiek ismeretében döntse el, hogy a következő állítások közül melyek igazak és melyek hamisak!

a) Minden asztaliteniszező kosárlabdázik és focizik.
b) Minden labdarúgó asztaliteniszezik.
c) Van olyan kosárlabdázó, aki asztaliteniszezik.
d) Van olyan tanuló, aki csak focizik.

Készítsen halmazábrát, keresse meg az üres tartományokat is. Az állításokat igen figyelmesen elemezze és vesse össze a halmazábrával. (a), és c), igaz, a másik kettő hamis.)

8. Az A, B, C halmazokról a következőket tudjuk:

$A \cup B \cup C = \{a; b; c; d; e; f; g; h\}$,
$A | C = \{a; d\}$,
$B | C = \{b; d; g\}$,
$B \cap C = \{c\}$,
$C | A = \{c; h\}$,
$A \cap (B \cup C) = \{d; e; f\}$.

Határozza meg az A, B és a C halmazok elemeit!

Készítsen halmazábrát, majd írja be a megfelelő elemeket.
A{a, d, e, f}; B{b, d, g, c}; C{c, f, e, h}